Von der allgemeinen Form zur Scheitelform

$f(x) = x^2 - 4x + 5$ $\qquad a = 1$

Ziel: $f(x) = \underbrace{(x - \ldots)^2}_{\text{Teil der Binomformel}} + \ldots$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(x-d)^2 = x^2 - 2dx + d^2$

$f(x) = x^2 - 4x + \ldots + 5$

Was fehlt hier?

$-4x = -2dx$

$\Rightarrow d = 2$

$f(x) = \underbrace{x^2 - 4x \underbrace{+4 - 4}}\underbrace{+5}$

$$f(x) = (x-2)^2 + 1$$

Man ergänzt den Term so, dass man die ersten drei Glieder zu einem Quadrat $(x - \ldots)^2$ zusammenfassen kann („quadratische Ergänzung")

$$f(x) = x^2 + 3x - 4$$

$$= x^2 + 3x + \left(\tfrac{3}{2}\right)^2 - \left(\tfrac{3}{2}\right)^2 - 4$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$2b = 3$$

$$b = \frac{3}{2}$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$