

Beziehungen

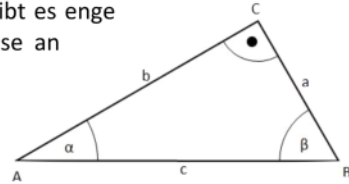
Mathematik 9		25.03.2021
Trigonometrie	Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	

Zwischen den drei Winkelfunktionen $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ gibt es enge Beziehungen. Dazu schauen wir uns noch einmal die Verhältnisse an einem rechtwinkligen Dreieck an:

Welche Beziehung besteht zwischen den Winkeln α und β ?

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$$

Ergänze mithilfe der Zeichnung die folgende Tabelle:



Gegenkathete von $\alpha = a$	Gegenkathete von $\beta = b$
Ankathete von $\alpha = b$	Ankathete von $\beta = a$
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$	$\sin(\beta) = \frac{b}{c}$
$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$	$\cos(\beta) = \frac{a}{c}$
$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$	$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$

• Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\sin(\alpha)$ und $\cos(\beta)$? $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$

• Vereinfache den Bruchterm $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, indem du für den Zähler und den Nenner die richtigen

$$\text{Seitenverhältnisse einsetzen: } \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a}{b} = \tan(\alpha)$$

• Vereinfache jetzt den Term $(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2$, indem du auch hier die Seitenverhältnisse einsetzt und anschließend so weit wie möglich vereinfachst. Denke daran, dass es sich um ein rechtwinkligen Dreieck handelt!

$$(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Zusammenhang zwischen $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ in einem rechtwinkligen Dreieck

Für alle Winkel α mit $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ gilt:

- $\sin(\alpha) = \cos(90^\circ - \alpha)$
- $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$

$$\sin(\alpha) \cdot \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\right)^2 = 1$$

Hinweis: Statt $(\sin(\alpha))^2$ wird häufig die

Hinweis: Statt $(\sin(\alpha))^2$ wird häufig die
Schreibweise $\sin^2 \alpha$ verwendet