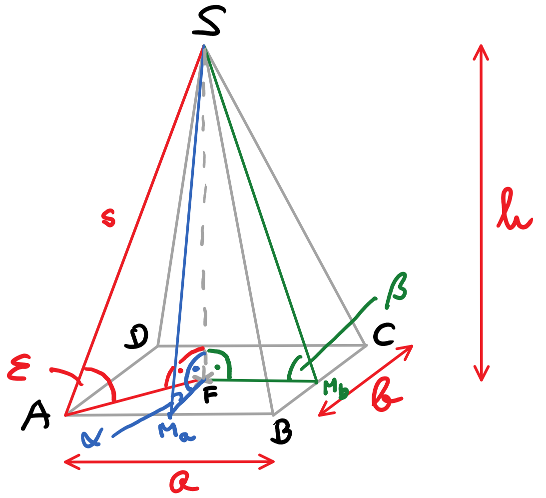
Lösung 10.05.2021

S. 168/7



a) $V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} a \cdot b \cdot h$

$= \frac{1}{3} \cdot 8\,cm \cdot 15\,cm \cdot 10\,cm = \underline{\underline{400\,cm^3}}$

$O = A_{Rechteck} + 2 \cdot A_{Dreieck\ ABS} + 2 \cdot A_{Dreieck\ BCS}$

M_a und M_b sind die Mittelpunkte der Seiten a und b und gleichzeitig die Höhenfußpunkte.
$\overline{M_a S}$ ist deshalb die Länge der Höhe des Dreiecks ABS; $\overline{M_b S}$ die Länge der Höhe des Dreiecks BCS.

Satz des Pythagoras im $\triangle FSM_a$:

$(\overline{M_a S})^2 = (\overline{M_a F})^2 + (\overline{FS})^2$

$\overline{M_a S} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} b\right)^2 + h^2}$

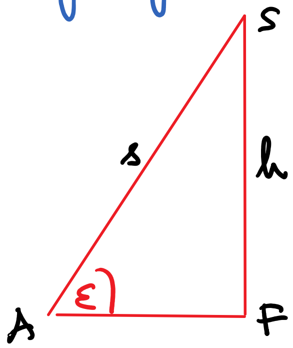
$= \sqrt{(7{,}5\,cm)^2 + (10\,cm)^2} = 12{,}5\,cm$

Satz des Pythagoras im Dreieck FM_bS:

$$(\overline{M_bS})^2 = (\overline{FS})^2 + (\overline{FM_b})^2$$
$$= h^2 + \left(\tfrac{1}{2}a\right)^2$$
$$\overline{M_bS} = \sqrt{(10\,cm)^2 + (4\,cm)^2}$$
$$\approx 10,77\,cm$$

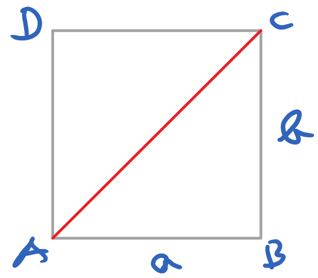
$$\Rightarrow O_{Pyramide} = a \cdot b + 2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{M_aS} + 2 \cdot \tfrac{1}{2}\, b \cdot \overline{M_bS}$$
$$= 8 \cdot 15\,cm^2 + 8 \cdot 12,5\,cm^2 + 15 \cdot 10,77\,cm^2$$
$$= \underline{\underline{381,55\,cm^2}}$$

b) ε: Neigungswinkel der Seitenkante



$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{AC}$ ist die Diagonale des Rechtecks ABCD



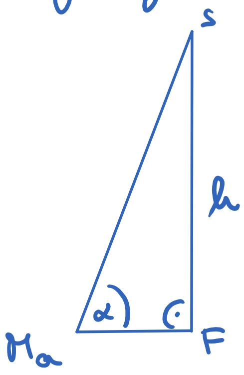
$$\overline{AC}^2 = a^2 + b^2$$
$$\Rightarrow \overline{AF} = \tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$$
$$= \tfrac{1}{2}\sqrt{64 + 225}\,cm$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot 17\,cm = 8,5\,cm$$

$$\tan(\varepsilon) = \frac{h}{\overline{AF}} = \frac{10\,cm}{8,5\,cm} \approx 1,1765$$

$$\Rightarrow \varepsilon \approx 49,6^\circ$$

$$\Rightarrow \varepsilon \approx 49{,}6°$$

α: Neigungswinkel des Δ ABS:



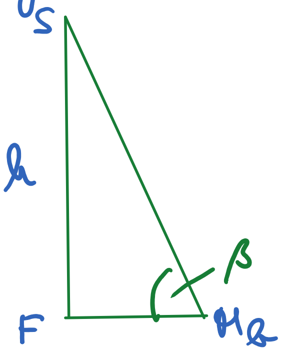
$$\overline{M_a F} = \frac{1}{2} b = 7{,}5\,\text{cm}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{\overline{M_a F}} = \frac{10\,\text{cm}}{7{,}5\,\text{cm}}$$

$$\approx 1{,}3333$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 53{,}1°$$

β: Neigungswinkel der Seite BCS



$$\overline{M_b F} = \frac{1}{2} a = 4\,\text{cm}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h}{\overline{M_b F}} = \frac{10\,\text{cm}}{4\,\text{cm}}$$

$$= 2{,}5$$

$$\Rightarrow \beta \approx 68{,}2°$$