

S. M7/2B $f: x \mapsto \frac{x}{4-2x}$; $g: x \mapsto -x+2$

Ausgleich: $f(x) = g(x)$

$$\frac{x}{4-2x} = -x+2 \quad | \cdot (4-2x)$$

$$x = (-x+2) \cdot (4-2x)$$

$$x = -4x + 2x^2 + 8 - 4x$$

$$2x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$x_{1|2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{17}}{4} \approx 3,28$$

$$x_2 = \frac{9 - \sqrt{17}}{4} \approx 1,22$$

$y_1 = f(x_1)$ oder einfacher: $y_1 = g(x_1)$

$$\Rightarrow y_1 = -\frac{9 + \sqrt{17}}{4} + 2 \approx -1,28$$

$$y_2 = -\frac{9 - \sqrt{17}}{4} + 2 \approx 0,78$$

$s_1 (\approx 3,28 | \approx -1,28)$; $s_2 (\approx 1,22 | \approx 0,78)$

S. M7/8

feste Kosten 500 € / Tag

Material/Lohn 10 € / Stunde

weitere Kosten 0,004 € · x^2

Verkaufspreis 15 € / Stunde

a) Steuer: 40% des Gewinns

x = Anzahl der pro Tag produzierten Stücke

$$\text{Kosten pro Tag} = 500 \text{ €} + x \cdot 10 \text{ €} + 0,004 \text{ €} \cdot x^2$$

$$\text{Einnahmen} = x \cdot 15 \text{ €}$$

$$\text{Gewinn} = \text{Einnahmen} - \text{Kosten}$$

Steuern = 40% vom Gewinn

Reingewinn für die Firma = 60% vom Gewinn

$$= 0,6 \cdot [15 \cdot x - (500 + 10x + 0,004x^2)]$$

$$= 0,6 \cdot (-0,004x^2 + 5x - 500)$$

$$= -0,0024x^2 + 3x - 300$$

$$= -0,0024(x^2 - 1250x + \dots - \dots) - 300$$

$$= -0,0024[x^2 - 1250x + 625^2 - 625^2] - 300$$

$$= -0,0024(x - 625)^2 + 937,5 - 300$$

$$= -0,0024(x - 625)^2 + 637,5$$

$$\rightarrow S(625 | 637,5)$$

Der maximale Gewinn für die Firma wird bei einer Tagesproduktion von 625 Stücken erreicht.

b) Der maximale Gewinn beträgt 637,50 €.

Bemerkung: Statt mit dem Ausatz für den Reingewinn hätte man bei a) auch mit dem Gewinn

(also vor Steueraufzug) reduzieren
können und erst bei b, den
Steueraufzug berücksichtigen
können.