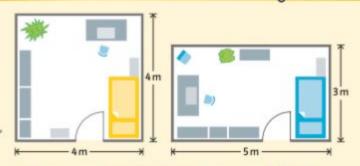
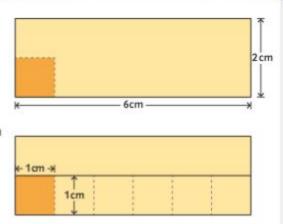
3 Flächeninhalt und Umfang des Rechtecks

Lisa meint: "Mein Zimmer ist das größere, weil es quadratisch ist." Julian hält dagegen: "Wir haben für unsere Zimmer doch die gleiche Länge an Fußbodenleisten gebraucht. Sie müssen also gleich groß sein!" Was sagst du dazu?



Will man den Flächeninhalt eines Rechtecks bestimmen, so muss man herausfinden, wie viele Einheitsquadrate hineinpassen. Je nach Größe der Fläche wählt man ein Quadrat mit passender Seitenlänge (z. B. 1mm², 1cm² ...).

Ist z.B. ein Rechteck 6cm lang und 2cm breit, so teilt man es in 2 Streifen von 1cm Breite ein. Jeder Streifen enthält 6 Quadrate von 1cm Seitenlänge. Somit passen insgesamt 2 · 6 = 12 Quadrate in das Rechteck. Der Flächeninhalt dieses Rechtecks ist also (2 · 6) cm² = 12cm²



Man erhält den Flächeninhalt A eines Rechtecks offensichtlich auch, wenn man zunächst seine Länge und Breite in der gleichen Längeneinheit bestimmt, dann die Maßzahlen multipliziert und das Produkt mit der zugehörigen Flächeneinheit versieht.

area (lat.): Fläche Daher bezeichnet man den Flächeninhalt mit A.

Der Flächeninhalt A eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b beträgt:

 $A = a \cdot b$

"Flächeninhalt gleich Länge mal Breite"



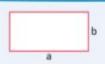


Neben dem Flächeninhalt einer Figur interessiert man sich auch oft für die Länge ihrer Randlinie, für den **Umfang U** der Figur.



Der Umfang U eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b beträgt:

 $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$





Beispiel 1

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der Tischplatte. Lösung

A = $120 \text{ cm} \cdot 70 \text{ cm} = (120 \cdot 70) \text{ cm} \cdot \text{cm} = 8400 \text{ cm}^2 = 84 \text{ dm}^2$ U = $2 \cdot (120 \text{ cm} + 70 \text{ cm}) = 2 \cdot 190 \text{ cm} = 380 \text{ cm} = 38 \text{ dm}$



Beispiel 2

Ein neues Stadion soll gebaut werden. Der 5 ha große rechteckige Bauplatz ist 200 m breit. Er soll mit einem Absperrgitter rundherum gesichert werden.

- a) Berechne die Länge des Bauplatzes.
- b) Wie viele Meter des Absperrgitters werden benötigt? Lösung
- a) Einheit umrechnen:

 $A = 5 ha = 50 000 m^2$

Länge des Bauplatzes:

a = 50000 m²: 200 m

b) Umfang: $U = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (250 \text{ m} + 200 \text{ m}) = 900 \text{ m}$ Man braucht also 900m des Absperrgitters.



Beispiel 3

Bestimme den Umfang eines Quadrates, das den gleichen Flächeninhalt hat wie ein Rechteck mit 16 cm Länge und 9 cm Breite und beschreibe dein Vorgehen. Lösung

Zunächst wird der Flächeninhalt des Rechtecks berechnet:

 $A_{Rechteck} = 16 cm \cdot 9 cm = 144 cm^2$.

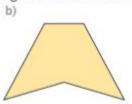
Das Quadrat soll den gleichen Flächeninhalt haben wie das Rechteck: A_{Quadrat} = 144 cm². Für den Flächeninhalt eines Quadrates gilt: A_{Quadrat} = a · a = a².

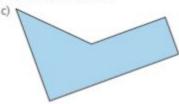
Da (12cm)2 = (12 · 12)cm · cm = 144 cm2, ist eine Seite des Quadrates 12cm lang. Der Umfang des Quadrates beträgt somit: $U_{Ouadrat} = 4 \cdot 12 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$.

Aufgaben

Bestimme den Umfang der drei Figuren und den Flächeninhalt des Rechtecks.







- 2 Berechne Flächeninhalt und Umfang des Rechtecks mit den gegebenen Seitenlängen.
 - a) 8cm; 4cm
- b) 8 dm; 25 dm
- c) 4 m; 0,5 m
- d) 8 cm; 25 mm
- 3 Berechne Flächeninhalt und Umfang des Quadrates mit der gegebenen Seitenlänge.
 - a) 6cm
- b) 5 m
- c) 10 km
- d) 15 mm
- e) 200 m
- f) 1m 8dm
- 4 Berechne Flächeninhalt und Umfang der Quadrate mit a = 1m; 2m; 4m; 8m; 16m. Was fällt dir auf? Beschreibe, welchen Zusammenhang du erkennen kannst.
- 5 Schätze ab, welche Fläche man mit den Seiten dieses Mathematikbuches tapezieren könnte: die Fläche einer Tür oder die Klassenzimmerdecke. Beschreibe zunächst ein sinnvolles Vorgehen.
- Untersuche, wie sich der Flächeninhalt des Rechtecks ändert, wenn man
 - a) eine Seitenlänge verdoppelt, die andere aber nicht verändert,
 - b) beide Seitenlängen verdoppelt,
 - c) eine Seitenlänge verdoppelt und die andere halbiert.

Beachte:

Die Einheiten müssen zueinander passen, wie z. B. m und m2.



O Strategie | Seite 216



Veranschaulichen durch eine Skizze

m2: m = m

Ouadratzahlen

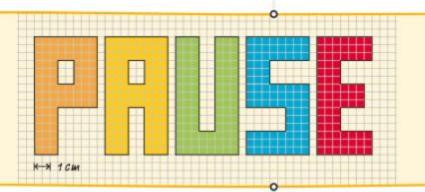
1-=	1	11'= 121
22 =	4	$12^2 = 144$
32 =	9	$13^2 = 169$
42 =	16	$14^2 = 196$
5 ² =	25	$15^2 = 225$
6 ² =	36	$16^2 = 256$
72 =	49	$17^2 = 289$
8 ² =	64	$18^2 = 324$
92 =	81	$19^2 = 361$
102 = 1	100	$20^2 = 400$

Lösungssalat zu 2:



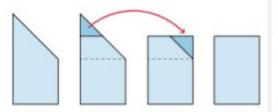
Strategie | Seite 216 Veranschaulichen durch eine Skizze

4 Flächeninhalt verschiedener Figuren



Bestimme den Flächeninhalt des Wortes Pause.

Bis jetzt wurde nur der Flächeninhalt von Rechtecken berechnet. Viele andere Figuren lassen sich jedoch so zerlegen und evtl. neu zusammensetzen, dass ein oder mehrere Rechtecke entstehen. So lässt sich schließlich auch der Flächeninhalt der ursprünglichen Figur bestimmen.



Zerschneidet man eine Figur und setzt sie neu zusammen, so ist der Flächeninhalt der alten Figur und der neuen Figur gleich.

Der Flächeninhalt einer Figur lässt sich bestimmen, wenn

- (1) man die Figur in Rechtecke zerlegen kann oder
- (2) man die geeignet zerlegte Figur zu einem Rechteck neu zusammensetzen kann oder
- (3) man die Figur geeignet zu einem Rechteck ergänzen kann.

O Strategie | Seite 216

Zerlegen und
Ergänzen
von Figuren

Für Flächen, die sich nicht geeignet zerlegen oder zusammensetzen lassen, kann man den Flächeninhalt näherungsweise bestimmen.

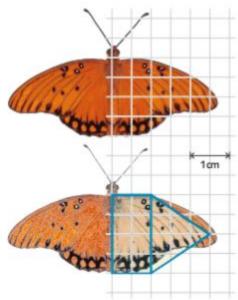
Der Flächeninhalt der Flügel des abgebildeten Baumfalters lässt sich beispielsweise auf die folgenden Arten bestimmen:

Man unterlegt die Figur mit einem Quadratgitter und zählt die Kästchen ab. Der rechte Flügel hat etwa einen Flächeninhalt von 14 Kästchen. Damit beträgt der gesamte Flächeninhalt der Flügel etwa 28 Kästchen, also 7 cm².

Man kann den Flügel auch näherungsweise durch Figuren überdecken, deren Flächeninhalt bestimmt werden kann. Ein Flügel lässt sich z.B. durch ein Rechteck und ein Dreieck annähem.

Das Rechteck hat einen Flächeninhalt von 2 cm². Das Dreieck lässt sich zerlegen und zu einem Rechteck mit Flächeninhalt 1.5 cm² zusammensetzen.

Somit beträgt der Flächeninhalt eines Flügels etwa 3,5 cm² und die gesamte Flügelfläche 7 cm².



Beispiel 1

Auf einem 25 m x 35 m großen Grundstück steht in einer Ecke ein Haus mit einer Grundfläche von 10 m × 12,50 m. Berechne den Inhalt der verbleibenden Gartenfläche. Lösung

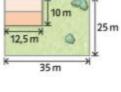
- Flächeninhalt des Grundstücks:
- 2. Flächeninhalt der Grundfläche des Hauses:
- 3. Inhalt der verbleibenden Fläche: A

 $A_{Grundstilek} = 25 \text{ m} \cdot 35 \text{ m} = 875 \text{ m}^2$

= 10 m · 12,50 m = 100 dm · 125 dm

= 12500 dm2 = 125 m2 $= A_{Grundstück} - A_{Haus} = 875 \text{ m}^2 - 125 \text{ m}^2$

 $= 750 \, \text{m}^2 = 7a \, 50 \, \text{m}^2$



10cm 5cm

Beispiel 2

Beschreibe zwei mögliche Wege, um den Flächeninhalt des Dreiecks zu bestimmen. Lösung

- 1) Man zerlegt das Dreieck von der Mitte der einen Seite so in zwei Teile, dass man diese dann zu einem Rechteck zusammensetzen kann.
- Man ergänzt das Dreieck zu einem Rechteck. Das Dreieck hat dann den halben Flächeninhalt des Rechtecks.



 $A = 2.5 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$



 $A = (5 cm \cdot 10 cm) : 2$ = 50cm²: 2 = 25cm²

Beispiel 3

Die Karte rechts auf dem Rand zeigt den Tegernsee im Maßstab 1:200 000. Bestimme näherungsweise seinen Flächeninhalt.

Die Fläche des Sees lässt sich durch ein Rechteck mit den Seitenlängen 8mm und 25 mm abschätzen.

Damit lässt sich ein Flächeninhalt von 8 km² abschätzen.

(In Wirklichkeit hat der See einen Flächeninhalt von 8,9 km2.)



Maßstab 1:200 000 bedeutet: 1mm (Karte) △ 200000 mm (Wirklichkeit) Also 1mm

200m a = 8 · 200 m = 1600 m b = 25 + 200m = 5000m

 $A = 1600 \, \text{m} \cdot 5000 \, \text{m}$ $= 8000000m^2 = 8km^2$

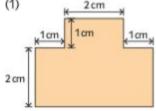


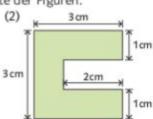
Strategie | Seite 216 Die Strategie Zerlegen und Ergänzen von Figuren kann bei vielen Aufgaben dieser

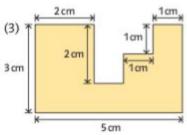
Lerneinheit angewendet werden.

Aufgaben

a) Bestimme die Flächeninhalte der Figuren.







- b) Beschreibe jeweils einen weiteren Weg zur Berechnung des Flächeninhalts. Erscheint dir ein Weg günstiger? Begründe.
- 2 Zeichne die Figur auf Karopapier und schneide sie aus. Zerlege sie durch einen geraden Schnitt so in zwei Teile, dass man diese zu einem Quadrat zusammensetzen kann. Bestimme so deren Flächeninhalt.

