1. Infinitesimalrechnung

- S. 127 / 4 b

  $f(x) = \ln(3-2x)$
  $3-2x>0 \;\Rightarrow\; 2x<3 \;\Rightarrow\; x<1{,}5 \;\Rightarrow\; D_f = \left]-\infty; 1{,}5\right[$
  $f'(x) = \frac{1}{3-2x}\cdot(3-2x)' = \frac{-2}{3-2x} = \frac{2}{2x-3}$

- S. 127 / 4 e

  $f(x) = x\cdot\ln x$
  $x>0 \;\Rightarrow\; D_f = \mathbb{R}^+$
  $f'(x) = 1\cdot\ln x + x\cdot\frac{1}{x} = 1+\ln x$

- S. 127 / 4 h

  $f(x) = \sqrt{\ln x}$
  $x>0 \wedge \ln x \geq 0 \;\Rightarrow\; x\geq 1 \;\Rightarrow\; D_f = \left[1;\infty\right[$
  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}}\cdot\frac{1}{x} = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$

- S. 127 / 4 l

  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$
  $x>0 \wedge x\neq 0 \;\Rightarrow\; D_f = \mathbb{R}^+$
  $f'(x) = \frac{\frac{1}{x}\cdot x - \ln x\cdot 1}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

- S. 131 / 5 a

  $f(x) = e^{-x}$
  $y = e^{-x} \;\Rightarrow\; \ln y = -x \;\Rightarrow\; x = -\ln y$
  Vertauschen von x und y: $f^{-1}(x) = -\ln x;\;\; x\in\mathbb{R}^+$

- S. 131 / 5 c

  $f(x) = e^{3-2x}$
  $y = e^{3-2x} \;\Rightarrow\; \ln y = 3-2x \;\Rightarrow\; 2x = 3-\ln y \;\Rightarrow\; x = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}\ln y$
  Vertauschen von x und y: $f^{-1}(x) = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}\ln x;\;\; x\in\mathbb{R}^+$

- S. 131 / 5 e

  $f(x) = \ln(2x-3);\;\; D_f = \left[2;\infty\right[$
  $y = \ln(2x-3) \;\Rightarrow\; e^y = 2x-3 \;\Rightarrow\; 2x = e^y+3 \;\Rightarrow\; x = \frac{1}{2}e^y+\frac{3}{2}$
  Vertauschen von x und y: $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}e^x+\frac{3}{2};\;\; x\in\mathbb{R}_0^+ \quad (\text{Da } W_f = \mathbb{R}_0^+)$

2. Wahrscheinlichkeitsrechnung

- S. 56 / 5

$$|\Omega| = 6^3 = 216$$
$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|\{(6;6;6)\}|}{|\Omega|} = \frac{1}{216}$$
$$P(B) = \frac{|\{(1;1;1);(2;2;2);...(6;6;6)\}|}{|\Omega|} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$
$$P(C) = \frac{|\{(1;1;\overline{1});(1;\overline{1};1);(\overline{1};1;1);\}|}{|\Omega|} = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}$$
$$P(D) = \frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot 3}{|\Omega|} = \frac{90}{216} = \frac{5}{12}$$
(1. Zahl beliebig, 2. Zahl = 1. Zahl; 3. Zahl $\neq$1. Zahl; 3 Möglichkeiten, wo die zwei gleichen Zahlen stehen können)
$$P(E) = \frac{\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}}{|\Omega|} = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$$
$$P(F) = \frac{|\{(1;1;2);(1;2;1);(2;1;1)\}|}{|\Omega|} = \frac{3}{216} = \frac{1}{72}$$
$$P(G) = \frac{|\{(1;2;2);(2;2;1);(2;1;2);(1;1;3);(1;3;1);(3;1;1)\}|}{|\Omega|} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

- S. 87 / 2
  a) $4^3 = 64$ b) $4^2 = 16$

- S. 88 / 9
  a) $7! = 5040$ (1. Ziffer 5 ist fest; die restlichen 7 Ziffern werden permutiert)
  b) $5! = 120$ (1., 2. und 3. Ziffer ist fest; die restlichen 5 Ziffern werden permutiert)
  c) $4! = 24$ (1., 2., 3., 4, Ziffer ist fest; die restlichen 4 Ziffern werden permutiert)

- S. 89 / 17
  Auf der Geraden gibt es drei Plätze, die alle unterschieden werden können, also gibt es 3! Möglichkeiten, die drei Dinge auf der Geraden anzuordnen.
  Auf dem Kreis gibt es keinen Anfang und kein Ende. Der erste Gegenstand kann also irgendwo auf dem Kreis platziert werden, für die beiden übrigen Gegenstände gibt es noch 2! Möglichkeiten.

3. Analytische Geometrie

- S. 76 / 14

a) $\overrightarrow{AS} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{AT} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD};$

$\overrightarrow{SG} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\vec{a} + \vec{c} + \vec{b} = \frac{2}{5}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$\overrightarrow{TF} = \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = -\frac{3}{4}\vec{b} + \vec{a} + \vec{c} = \vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b} + \vec{c}$

$\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AT} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = -\frac{3}{5}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$

b) $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EG} =$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}\right) + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}\right) + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(-\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}\right) + \frac{2}{3}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) =$

$= \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

- S. 86 / 6

a)
$$\overrightarrow{OU} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 3/2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad U\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,-1\,\middle|\,0\right)$$

$$\overrightarrow{OV} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}\right) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad V\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,1\,\middle|\,0\right)$$

$$\overrightarrow{OW} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}\right) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 2 \\ 7/4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad W\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,2\,\middle|\,\frac{7}{4}\right)$$

$$\overrightarrow{OX} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 0 \\ 7/4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad X\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,0\,\middle|\,\frac{7}{4}\right)$$

b)
$$\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{OV} - \overrightarrow{OU} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3/2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{XW} = \overrightarrow{OW} - \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 2 \\ 7/4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3/2 \\ 0 \\ 7/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{UV} = \overrightarrow{XW}$

$$\overrightarrow{VW} = \overrightarrow{OW} - \overrightarrow{OV} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 2 \\ 7/4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7/4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{UV} \nparallel \overrightarrow{VW}$

$\Rightarrow \quad U, V, W, X$ liegen nicht auf einer Geraden $\Rightarrow$ $UVWX$ ist ein Parallelogramm.

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OU} + \overrightarrow{OW}\right) = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 3/2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1/2 \\ 2 \\ 7/4 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -7/8 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad M\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{1}{2}\,\middle|\,-\frac{7}{8}\right)$$