S. 84 - Lösungen

Nr. 48

Bei einer Beschleunigungsspannung von 50 kV erreichen die Elektronen eine so hohe Geschwindigkeit, dass relativistische Effekte auftreten.
Ich stelle hier aber trotzdem beide Lösungen - klassisch (in blauer Schrift) und relativistisch (grün) - vor.

a) $E = e \cdot U$

$E = 50 \cdot 10^3\,\text{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

$E = 8{,}0 \cdot 10^{-15}\,\text{J} = 50\,\text{keV}$

Gesamtenergie:

$E_{Ges} = E_{kin} + E_0$

dabei ist $E_0 = m_0 c^2 = 511\,\text{keV}$

(Formelsammlung S. 43)

$\Rightarrow E_{Ges} = 50\,\text{keV} + 511\,\text{keV}$

$= 5{,}6 \cdot 10^5\,\text{eV}$

$E_{Ges} = 5{,}6 \cdot 10^5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$

$= 9{,}0 \cdot 10^{-14}\,\text{J}$

b) $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = e \cdot U$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^3}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v = 1{,}3 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

ca. 44% der Lichtgeschwindigkeit

$E_{Ges} = E_{kin} + E_0 = m c^2$

und $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$\Rightarrow E_{kin} + E_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$

$$(E_{kin}+E_0)^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad ; \quad m_0 c^2 = E_0$$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{E_0^2}{(E_{kin}+E_0)^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{E_0^2}{(E_{kin}+E_0)^2}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{E_0^2}{(E_{kin}+E_0)^2}}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{(511\cdot 10^3 eV)^2}{(50\cdot 10^3 eV + 511\cdot 10^3 eV)^2}}$$

$$\frac{v}{c} = 0{,}41 \quad \Rightarrow \quad v = 41\% \text{ von } c$$

$$v = 0{,}41\cdot 3\cdot 10^8 \,\frac{m}{s}$$

$$v = 1{,}2\cdot 10^8 \,\frac{m}{s}$$

c) $E_{Photon} = h\cdot f$

maximale Frequenz, wenn das Elektron seine Gesamtenergie $e\cdot U$ auf das Photon überträgt, also $h\cdot f = e\cdot U$

$$\Rightarrow f = \frac{e\cdot U}{h}$$

$$f = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 50\cdot 10^3\,V}{6{,}63\cdot 10^{-34}\,Js}$$

$$f = 1{,}2\cdot 10^{19}\,Hz$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{3\cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{1{,}2\cdot 10^{19}\,Hz}$$

$$\lambda = 2{,}5\cdot 10^{-11}\,m$$

$\lambda = 25\,pm$

Relativistisch kann man λ über den Impuls p berechnen:

$E_{Ges}^2 = c^2p^2 + E_0^2$ (Formelsammlung S. 13)

$c^2p^2 = E_{Ges}^2 - E_0^2$

$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{Ges}^2 - E_0^2}$

$p = \frac{1}{3\cdot 10^8\,\frac{m}{s}} \cdot \sqrt{(9{,}0\cdot 10^{-14}J)^2 - (8{,}2\cdot 10^{-14}J)^2}$

$p = 1{,}24\cdot 10^{-22}\,Ns$

$p = \frac{h}{\lambda}$ (Impuls eines Photons, Formelsammlung S. 35)

$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$

$\lambda = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,Js}{1{,}24\cdot 10^{-22}\,Ns}$

$\lambda = 5{,}3\cdot 10^{-12}\,m = 5{,}3\,pm$

Nr. 49

a) $\Delta E = 13{,}6\,eV\cdot(z-1)^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

$\Delta E = 13{,}6\,eV\cdot(29-1)^2\cdot\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$

$\Delta E = 8{,}0 \cdot 10^3\, eV \quad = 8{,}0\ keV$

b) $\Delta E = h \cdot f, \quad f \cdot \lambda = c \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$

$\Rightarrow \Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E}$

$$\lambda = \frac{4{,}14 \cdot 10^{-15}\, eVs \cdot 3 \cdot 10^8\, \frac{m}{s}}{8 \cdot 10^3\, eV}$$

$\lambda = 1{,}55 \cdot 10^{-10}\, m \quad = 155\ pm$

c) Das Spektrum auf S. 75 zeigt eine hohe Intensität bei $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ m. Es handelt sich bei der berechneten Wellenlänge um diese Linie des charakteristischen Spektrums mit der größten Intensität.