

Mathematik 8. Klasse		lineare Gleichungssysteme
Lösungen zu den Aufgaben		

S. 75/10

a) (I) $3x + 9y = -6$
 (II) $-5x - 15y = -3$

Man kann z.B. beide Gleichungen nach y auflösen, um eine (explizite) Geradengleichung zu erhalten. An den Steigungen erkennt man, ob die Geraden parallel sind oder nicht.

Wenn sie parallel sind, muss man noch die beiden Achsenabschnitte vergleichen. Sind diese auch gleich, dann handelt es sich um zwei identische Geraden. Das Gleichungssystem hat dann unendlich viele Lösungen. Bei verschiedenen Achsenabschnitten gibt es keine Lösung, weil die beiden geraden echt parallel sind.

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 3x + 9y = -6 \\ \Rightarrow & 9y = -3x - 6 \\ \Rightarrow & y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \\ m_{(I)} & = -\frac{1}{3}; \quad t_{(I)} = \frac{2}{3} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(II)} & -5x - 15y = -3 \\ \Rightarrow & -15y = 5x - 3 \\ \Rightarrow & y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{5} \\ m_{(II)} & = -\frac{1}{3}; \quad t_{(II)} = \frac{1}{5} \end{array}$$

$m_{(I)} = m_{(II)}$ und $t_{(I)} \neq t_{(II)}$ \Rightarrow das Gleichungssystem hat keine Lösung.

b) (I) $0,25x + 4y = 0,5$
 (II) $x + 16y = 2$

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & \frac{1}{4}x + 4y = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow & 4y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \\ \Rightarrow & y = -\frac{1}{16}x + \frac{1}{8} \\ m_{(I)} & = -\frac{1}{16}; \quad t_{(I)} = \frac{1}{8} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(II)} & x + 16y = 2 \\ \Rightarrow & 16y = -x + 2 \\ \Rightarrow & y = -\frac{1}{16}x + \frac{1}{16} \end{array}$$

$m_{(I)} = m_{(II)}$ und $t_{(I)} = t_{(II)}$ \Rightarrow das Gleichungssystem ist allgemeingültig, es hat unendlich viele Lösungen. y kann z.B. beliebig gewählt werden, der Wert von x ergibt sich dann z.B. aus Gleichung (II) $x = 2 - 16y$.

S. 85/6

S. 85/9

Die Lösungen zu dieser Aufgabe findest du im Schulbuch auf S. 170

S. 78/1

a) 1. Zahl: x 2. Zahl: y

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x + y = 17 \\ \text{(II)} & x - y = 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} (\text{I} + \text{II}) \quad 2x = 24 \Rightarrow \underline{x = 12} \\ \text{in (I)} \quad 12 + y = 17 \Rightarrow \underline{y = 5} \end{array}$$

b) 1. Zahl: x 2. Zahl: y

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 2x + 3y = 26 \mid \cdot (-2) \\ \text{(II)} & 3x + 2y = 34 \mid \cdot 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} (\text{I}') \quad -4x - 6y = -52 \\ (\text{II}') \quad 9x + 6y = 102 \end{array} \quad \begin{array}{l} (\text{I}' + \text{II}') \quad 5x + 6y = 50 \Rightarrow \underline{x = 10} \\ \text{in (I)' + II')} \quad 20 + 3y = 26 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow \underline{y = 2} \end{array}$$

c) 1. Zahl: x 2. Zahl: y

$$2x + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{2}(x+y)$$

Es gibt nur eine Bedingung und damit auch nur eine Gleichung für die beiden Variablen!

$$2x + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{2}(x+y) \quad | \cdot 2$$

$$4x + y - 2 = x + y$$

$$3x = 2 \Rightarrow x = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}; \text{ die zweite Zahl kann beliebig gewählt werden!}$$

S. 78/3

Geschwindigkeit des Flugzeugs bei Windstille in km/h: x Windgeschwindigkeit in km/h: y

$$(I) \quad x + y = 760$$

$$(I+II) \quad 2x = 1450 \Rightarrow x = \underline{\underline{725}}$$

$$(II) \quad x - y = 690$$

$$\text{in (I)} \quad 725 + y = 760 \Rightarrow y = \underline{\underline{35}}$$

Die Windgeschwindigkeit beträgt $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Bei völliger Windstille käme das Flugzeug in einer Stunde 725 km weit.

S. 78/6b

Lösungszahl: $31 \Rightarrow$ Einerziffer: $x = 1$ Zehnerziffer: $y = 3$

vertauschte Ziffer: 13

$$31 - 13 = 18$$

z.B.: „Eine zweistellige Zahl wird um 18 kleiner, wenn man ihre Ziffern vertauscht. Ihre Zehnerziffer ist dreimal so groß wie ihre Einerziffer.“

S. 79/10

Geldbetrag der ersten Person: x

Geldbetrag der 2. Person: y

1. Person: „Gibst du mir zwei Drittel deines Geldes, so kann ich die Schuld allein bezahlen.“

$$\Rightarrow (I) \quad x + \frac{2}{3}y = 29$$

2. Person: „Gibst du mir drei Viertel deines Geldes, so kann ich die Schuld allein bezahlen.“

$$\Rightarrow (II) \quad \frac{3}{4}x + y = 29$$

Hier kann man z.B. mit dem Einsetzverfahren arbeiten.

$$(II') \quad y = 29 - \frac{3}{4}x$$

$$\text{in (I)} \quad x + \frac{2}{3} \left(29 - \frac{3}{4}x \right) = 29 \quad | \cdot 3$$

$$3x + 2 \cdot \left(29 - \frac{3}{4}x \right) = 87$$

$$\frac{3}{2}x = 29$$

$$x = \frac{58}{3}$$

$$x = 19\frac{1}{3}$$

$$\text{in (II')} \quad y = 29 - \frac{3}{4} \cdot \frac{58}{3}$$

$$y = 29 - \frac{29}{2} y = \frac{29}{2} y = 14\frac{1}{2}$$

Die erste Person hat $19\frac{1}{3}$ Rubel, die zweite Person hat 14,5 Rubel.