

Rechnen mit Bruchtermen

1. Kürzen

Bruchterme werden gekürzt, indem man Zähler und Nenner faktorisiert und dann durch die gemeinsamen Faktoren dividiert.

Ganz wichtiges Merke:

Kürze nie aus Differenzen und Summen!

Sind Differenzen/Summen vorhanden, kann man oft faktorisieren, d. h. die Differenz/Summe durch Ausklammern (DG!) in ein Produkt umwandeln, und dann kürzen.

Tipp:

Schreibe Zähler und Nenner explizit mit Malpunkten, um zu verdeutlichen, dass es sich um Produkte handelt.

Ich kürze gerne durch Abhaken. Das finde ich übersichtlicher als Durchstreichen mit Drüber-/Drunterschreiben.

Beispiele:

$$\frac{25x^2}{10x} = \frac{5 \cdot 5 \cdot x \cdot x}{2 \cdot 5 \cdot x} = \frac{5 \cdot x}{2} = \frac{5}{2}x$$

Im Zähler und Nenner stehen Produkte. Gleiche Faktoren oben und unten werden abgehakt/gekürzt.

$$\frac{x+2}{2x+4} = \frac{1 \cdot (x+2)}{2 \cdot (x+2)} = \frac{1}{2}$$

Die Summen müssen in Produkte umgewandelt werden. Das geschieht durch Ausklammern. Gleiche Summen werden als Ganzes abgehakt/gekürzt. Auch der Zähler kann durch 1 mal ... faktorisiert werden.

Beachte:

$a + b = b + a$ (Kommutativgesetz der Addition)

Oft steht eine Differenz „verkehrt herum“ da. Dann kann man wie folgt umformen und doch noch weiter kürzen.

$$b - a = \underset{\text{Umstellen}}{(-a + b)} \stackrel{\text{DG}}{=} \underset{(-1) \text{ ausklammern}}{(-1) \cdot (a - b)} = -(a - b) \quad \text{Kurz: } (b - a) = -(a - b)$$

Manchmal kann man auch gar nicht kürzen, z.B. $\frac{x+2}{x+4}$. Im Zähler und Nenner steht

jeweils eine Summe. Man kann nichts ausklammern. Auf keinen Fall versuchen, mit x oder mit 2 zu kürzen!! Der Term bleibt so stehen.

2. Erweitern

Das ist die Umkehrung des Kürzens.

Bruchterme werden erweitert, indem man Zähler und Nenner mit dem gleichen Term multipliziert.

Bei Summen und Differenzen in Zähler/Nenner bzw. beim Erweiterungsterm müssen stets Klammern gesetzt werden.

Beispiele:

$$\frac{3x+1}{x} \stackrel{(x)}{=} \frac{(3x+1) \cdot x}{x \cdot x} \stackrel{\text{DG}}{=} \frac{3x^2 + x}{x^2}$$

$$\frac{x+1}{2x} \stackrel{(x+1)}{=} \frac{(x+1) \cdot (x+1)}{2 \cdot x \cdot (x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 2x}$$